数学検定　**解　答**　第292回　2級1次

問題1	$2x^3+x^2y+y^3$
問題2	$(x-10y)(x^2+10xy+100y^2)$
問題3	$2+2\sqrt{3}$
問題4	3
問題5	500通り
問題6	46
問題7	$k<\frac{5-\sqrt{31}}{2}$, $\frac{5+\sqrt{31}}{2}<k$
問題8	28
問題9	$-\frac{\sqrt{15}}{8}$
問題10	$a=1$, $b=2$

太わくの部分を記入してください。

ここに１次検定用のバーコードシールを貼ってください。

ふりがな		受検番号	
氏名			―
性別（□をぬりつぶしてください）男□　女□		年齢	歳
生年月日	大正　昭和　平成　西暦	年　月	日生
住所	□□□-□□□□		
	※住所は記入できる範囲でご記入ください。		/15

H2822G10　公益財団法人 日本数学検定協会

29204201

実用数学技能検定　2級1次

問題11		$\frac{5}{2}$
問題12		$\sqrt{10}$
問題13		90
問題14	①	$(4,\ -4)$
	②	$4\sqrt{2}$
問題15	①	$\frac{1}{2}x^2+x+C$（Cは積分定数）
	②	8

問題1

$ax^2+(1-a)x+a<0\quad(a\neq 0)$

がすべての実数 x について成り立つための条件は，2次関数

$y=ax^2+(1-a)x+a$

のグラフが上に凸で，かつ x 軸と共有点をもたないことである。

グラフが上に凸であるための条件は

$a<0$　…①

グラフが x 軸と共有点をもたないための条件は

$(1-a)^2-4a\cdot a<0$　…②

②を整理すると

$3a^2+2a-1=(3a-1)(a+1)>0$

より

$a<-1,\ \dfrac{1}{3}<a$　…③

①と③の共通部分をとると

$a<-1$

(答)　$a<-1$

問題2

(1)　(答)　$x=-90,\ y=85$

(2)　(1)の結果より，$x=-90,\ y=85$ が

$67x+71y=5$　…①

の解であるから

$67\cdot(-90)+71\cdot 85=5$　…②

①−②より

$67(x+90)+71(y-85)=0$

すなわち

$67(x+90)=-71(y-85)$

が成り立つ。

67と71は互いに素であるから，n を整数として

$x+90=71n,\ y-85=-67n$

と表される。

よって，①のすべての整数解は

$x=71n-90,\ y=-67n+85$

(n は整数)

(答)　$x=71n-90,\ y=-67n+85$　(n は整数)

問題3

(1)　$y=36^x-2^{x+2}\cdot 3^x-12$

を $t=6^x$ で表すと

$36^x=(6^2)^x=(6^x)^2=t^2$

$2^{x+2}\cdot 3^x=2^x\cdot 2^2\cdot 3^x=4\cdot 6^x=4t$

より

$y=t^2-4t-12$

(答)　$y=t^2-4t-12$

(2)　(1)の結果を変形して

$y=t^2-4t-12$

$=(t-2)^2-16$

$t=6^x$ のとり得る値は

$t>0$

であるから，y は

$t=2$ のとき，最小値 -16

をとる。

$t=2$ となるのは

$6^x=2$

より，$x=\log_6 2$

よって $x=\log_6 2$ のとき，y は最小値 -16 をとる。

(答)　$x=\log_6 2$ のとき，最小値 -16

問題4

(1)　(答)　$a_n=3^{n-1}$

(2)　(1)の結果より

$(1+a_k)^2$

$=(1+3^{k-1})^2$

$=1+2\cdot 3^{k-1}+(3^{k-1})^2$

$=1+2\cdot 3^{k-1}+9^{k-1}$

よって

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(1+a_k)^2$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{n}(1+2\cdot 3^{k-1}+9^{k-1})$

$=n+\dfrac{2(3^n-1)}{3-1}+\dfrac{9^n-1}{9-1}$

$=\dfrac{9^n}{8}+3^n+n-\dfrac{9}{8}$

(答)　$\dfrac{9^n}{8}+3^n+n-\dfrac{9}{8}$

問題5

(1)　(答)　$(x,\ y,\ z)$

$=(-3,\ 3,\ 3),(3,\ -3,\ 3),(3,\ 3,\ -3)$ のいずれか

(2)　(答)　$(x,\ y,\ z)$

$=(-3,\ -2,\ 4),(-3,\ 4,\ -2),$

$(-2,\ -3,\ 4),(-2,\ 4,\ -3),$

$(4,\ -3,\ -2),(4,\ -2,\ -3)$ のいずれか

問題6

$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a+c}=\dfrac{3}{a+b+c}$

の分母をはらって

$(a+b+c)(a+c+a+b)=3(a+b)(a+c)$　…①

①の左辺は

$(a+b+c)(a+c+a+b)$

$=(a+b+c)(2a+b+c)$

$=2a^2+b^2+c^2+3ab+2bc+3ca$

①の右辺は

$3(a+b)(a+c)=3a^2+3ab+3bc+3ca$

よって①を整理すると $b^2+c^2=a^2+bc$，つまり

$b^2+c^2-a^2=bc$　…②

となる。

余弦定理と②より

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$

$0°<A<180°$ より $A=60°$

(答)　$A=60°$

問題7

(1)　$y=(x-4)^2=x^2-8x+16$ の導関数は

$y'=2x-8$

A(1, 9)における接線 ℓ の傾きは

$2-8=-6$

であるから，ℓ の方程式は

$y-9=-6(x-1)$

すなわち

$y=-6x+15$

(答)　$y=-6x+15$

(2)　$0\leqq x\leqq 1$ のとき

$-6x+15\leqq x^2-8x+16$

であるから，求める面積は

$\displaystyle S=\int_0^1\{x^2-8x+16-(-6x+15)\}dx$

$\displaystyle=\int_0^1(x^2-2x+1)dx$

$=\left[\dfrac{x^3}{3}-x^2+x\right]_0^1$

$=\dfrac{1}{3}-1+1-0$

$=\dfrac{1}{3}$

(答)　$S=\dfrac{1}{3}$